Estadística Técnica

Prueba de hipótesis para la diferencia de medias

Cladera Ojeda, Fernando

Conceptos previos

- Inferencia estadística
- Población
- Muestra
- Parámetro
- Estadístico
- Hipótesis estadística

Pruebas de hipótesis

- Hipótesis nula
- Hipótesis alternativa
- Regiones – Valor crítico
  - De rechazo
  - De aceptación
- Errores
  - Tipo I – Nivel de significancia
  - Tipo II - Potencia

Diferencia de medias

- Hipótesis nula
  - $\mu_1 - \mu_2 = 0$
  - $\mu_1 - \mu_2 = d_0$
- Hipótesis alternativa
  - $\mu_1 - \mu_2 > 0$
  - $\mu_1 - \mu_2 > d_0$
  - $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Poblaciones y muestras

Tenemos ahora, dos poblaciones:

Población 1	Población 2
μ_1	μ_2
σ_1^2	σ_1^2

Muestra 1	Muestra 2
$\overline{x}_1$	$\overline{x}_2$
s_1^2	s_2^2
n_1	n_2

Posibilidades...

- Varianzas poblacionales conocidas
- Varianzas poblacionales desconocidas
  - Se suponen iguales $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
  - Se suponen diferentes $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Varianzas conocidas - TLC

Si $\overline{X}$ es la media de una muestra aleatoria de tamaño n tomada de una población con media μ varianza finita σ^2, entonces, la forma límite de la distribución

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma - \sqrt{n}}$$

Si $n \to \infty$ es la disttribución normal estándar n(z;0;1).

Por propiedad reproductiva, y aplicando TLC.

Ya que **son independientes**:

$\overline{X1} - \overline{X2}$ ~ Normal ($\mu_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}$, $\sigma_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}$)

Media

$$\mu_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \mu_{\overline{X}_1} - \mu_{\overline{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

Varianza

$$\sigma^2_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} = \sigma^2_{\overline{X}_1} + \sigma^2_{\overline{X}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

Aplicando TLC, tenemos

$$Z = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_{\overline{X}_1} - \mu_{\overline{X}_2})}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \qquad Z = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (d_0)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Entonces, evaluaremos nuestra hipótesis en función de z y z_α, obtenida mediante la tabla de la distribución normal.

Varianzas desconocidas e iguales

$$Z=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma^2\left[\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{(n_1-1)S_1^2}{\sigma^2}\\[2em]\dfrac{(n_2-1)S_2^2}{\sigma^2}\end{array}\right\}$$

v. a. X^2
con $\nu=n-1$

$$T=\frac{Z}{\sqrt{\frac{V}{\nu}}}$$

$$T=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

Usamos la distribución t-student, con n1+n2-2 gl. A partir de ella, encontramos $t_{\alpha,\nu}$ y comparamos con el valor calculado.

Varianzas desconocidas diferentes

$$T=\frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$\nu=\frac{\left(s_1^2/n_1+s_2^2/n_2\right)^2}{\left[(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1)\right]+\left[(s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)\right]}$$ ¿

Usamos la distribución t-student, v gl.
A partir de ella, encontramos $t_{\alpha,\nu}$ y comparamos nuevamente.

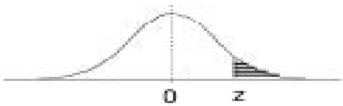
P 6.23 – Apuntes de la Cátedra

Un diseñador de productos está interesado en reducir el tiempo de secado de una pintura. Se prueban dos fórmulas de pintura; la fórmula 1 tiene el contenido químico estándar y la fórmula 2 tiene un nuevo ingrediente secante que tiende a reducir el tiempo de secado. De la experiencia se sabe que la desviación estándar del tiempo de secado es ocho minutos y esta variabilidad inherente no debe verse afectada por a adición del nuevo ingrediente.

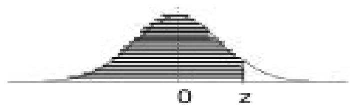
Se pintan 35 placas con la fórmula 1 y otras 35 con la fórmula 2. Los dos tiempos promedio de secado muestrales son 116 minutos para la fórmula 1 y 112 minutos para la fórmula 2. ¿A **qué conclusión** puede llegar el diseñador del producto sobre la eficacia del nuevo ingrediente, **al nivel de significancia 0,01**?

- X1 : tiempo de secado de la fórmula 1
- X1 ~ Desc($\mu_1, \sigma_1 = 8$)
- X2: tiempo de secado de la fórmula 2
- X2 ~ Desc($\mu_2, \sigma_1 = 8$)
- $\overline{X1} - \overline{X2}$ ~ N($\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$)
- $\overline{x1}$ = 116 minutos
- $\overline{x2}$ = 112 minutos
- n1 = n2 = 35
- α = 0,01
- $h_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$
- $h_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

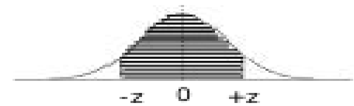
Tabla D.5: ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL ESTÁNDAR



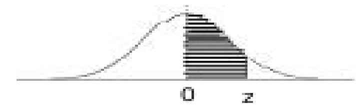
c.chica (z)



c.grande (z)



área central



área (0 a z)

z	c.chica (z)	c.grande (z)	área central	área (0 a z)	z	c.chica (z)	c.grande (z)	área central	área (0 a z)
2,00	0,02275	0,97725	0,95450	0,47725	**2,50**	0,00621	0,99379	0,98758	0,49379
2,01	0,02222	0,97778	0,95557	0,47778	**2,51**	0,00604	0,99396	0,98793	0,49396
2,02	0,02169	0,97831	0,95662	0,47831	**2,52**	0,00587	0,99413	0,98826	0,49413
2,03	0,02118	0,97882	0,95764	0,47882	**2,53**	0,00570	0,99430	0,98859	0,49430
2,04	0,02068	0,97932	0,95865	0,47932	**2,54**	0,00554	0,99446	0,98891	0,49446
2,05	0,02018	0,97982	0,95964	0,47982	**2,55**	0,00539	0,99461	0,98923	0,49461
2,06	0,01970	0,98030	0,96060	0,48030	**2,56**	0,00523	0,99477	0,98953	0,49477
2,07	0,01923	0,98077	0,96155	0,48077	**2,57**	0,00508	0,99492	0,98983	0,49492
2,08	0,01876	0,98124	0,96247	0,48124	**2,58**	0,00494	0,99506	0,99012	0,49506
2,09	0,01831	0,98169	0,96338	0,48169	**2,59**	0,00480	0,99520	0,99040	0,49520
2,10	0,01786	0,98214	0,96427	0,48214	**2,60**	0,00466	0,99534	0,99068	0,49534
2,11	0,01743	0,98257	0,96514	0,48257	**2,61**	0,00453	0,99547	0,99095	0,49547
2,12	0,01700	0,98300	0,96599	0,48300	**2,62**	0,00440	0,99560	0,99121	0,49560
2,13	0,01659	0,98341	0,96683	0,48341	**2,63**	0,00427	0,99573	0,99146	0,49573
2,14	0,01618	0,98382	0,96765	0,48382	**2,64**	0,00415	0,99585	0,99171	0,49585
2,15	0,01578	0,98422	0,96844	0,48422	**2,65**	0,00402	0,99598	0,99195	0,49598
2,16	0,01539	0,98461	0,96923	0,48461	**2,66**	0,00391	0,99609	0,99219	0,49609
2,17	0,01500	0,98500	0,96999	0,48500	**2,67**	0,00379	0,99621	0,99241	0,49621
2,18	0,01463	0,98537	0,97074	0,48537	**2,68**	0,00368	0,99632	0,99264	0,49632
2,19	0,01426	0,98574	0,97148	0,48574	**2,69**	0,00357	0,99643	0,99285	0,49643
2,20	0,01390	0,98610	0,97219	0,48610	**2,70**	0,00347	0,99653	0,99307	0,49653
2,21	0,01355	0,98645	0,97289	0,48645	**2,71**	0,00336	0,99664	0,99327	0,49664
2,22	0,01321	0,98679	0,97358	0,48679	**2,72**	0,00326	0,99674	0,99347	0,49674
2,23	0,01287	0,98713	0,97425	0,48713	**2,73**	0,00317	0,99683	0,99367	0,49683
2,24	0,01255	0,98745	0,97491	0,48745	**2,74**	0,00307	0,99693	0,99386	0,49693
2,25	0,01222	0,98778	0,97555	0,48778	**2,75**	0,00298	0,99702	0,99404	0,49702
2,26	0,01191	0,98809	0,97618	0,48809	**2,76**	0,00289	0,99711	0,99422	0,49711
2,27	0,01160	0,98840	0,97679	0,48840	**2,77**	0,00280	0,99720	0,99439	0,49720
2,28	0,01130	0,98870	0,97739	0,48870	**2,78**	0,00272	0,99728	0,99456	0,49728
2,29	0,01101	0,98899	0,97798	0,48899	**2,79**	0,00264	0,99736	0,99473	0,49736
2,30	0,01072	0,98928	0,97855	0,48928	**2,80**	0,00256	0,99744	0,99489	0,49744
2,31	0,01044	0,98956	0,97911	0,48956	**2,81**	0,00248	0,99752	0,99505	0,49752
2,32	0,01017	0,98983	0,97966	0,48983	**2,82**	0,00240	0,99760	0,99520	0,49760
2,33	0,00990	0,99010	0,98019	0,49010	**2,83**	0,00233	0,99767	0,99535	0,49767
2,34	0,00964	0,99036	0,98072	0,49036	**2,84**	0,00226	0,99774	0,99549	0,49774
2,35	0,00939	0,99061	0,98123	0,49061	**2,85**	0,00219	0,99781	0,99563	0,49781
2,36	0,00914	0,99086	0,98173	0,49086	**2,86**	0,00212	0,99788	0,99576	0,49788
2,37	0,00889	0,99111	0,98221	0,49111	**2,87**	0,00205	0,99795	0,99590	0,49795
2,38	0,00866	0,99134	0,98269	0,49134	**2,88**	0,00199	0,99801	0,99602	0,49801
2,39	0,00842	0,99158	0,98315	0,49158	**2,89**	0,00193	0,99807	0,99615	0,49807

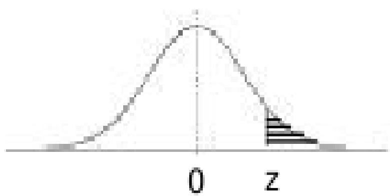
Por tabla, observamos que Zc = 2,33

$$Z_0 = \frac{\left(\overline{x_1} - \overline{x_2}\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \Rightarrow Z_0 = \frac{\left(116 - 112\right)}{8\sqrt{\frac{1}{35} + \frac{1}{35}}} = 2{,}09$$

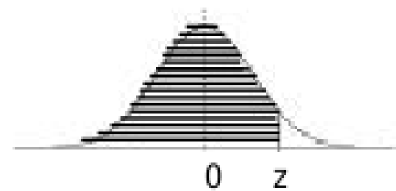
Decidimos entonces aceptar la hipótesis nula. No hay evidencia suficiente como para demostrar que el tiempo de secado disminuye significativamente.

Podemos calcular el valor P, por tabla normal.

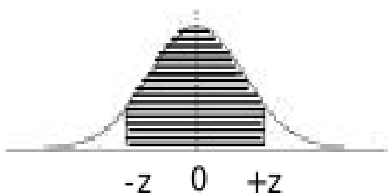
Tabla D.5: ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL ESTÁNDAR



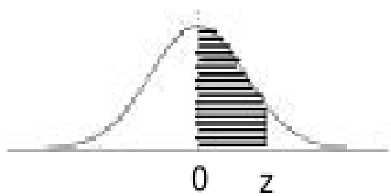
c.chica (z)



c.grande (z)



área central



área (0 a z)

z	c.chica (z)	c.grande (z)	área central	área (0 a z)	z	c.chica (z)	c.grande (z)	área central	área (0 a z)
2,00	0,02275	0,97725	0,95450	0,47725	**2,50**	0,00621	0,99379	0,98758	0,49379
2,01	0,02222	0,97778	0,95557	0,47778	**2,51**	0,00604	0,99396	0,98793	0,49396
2,02	0,02169	0,97831	0,95662	0,47831	**2,52**	0,00587	0,99413	0,98826	0,49413
2,03	0,02118	0,97882	0,95764	0,47882	**2,53**	0,00570	0,99430	0,98859	0,49430
2,04	0,02068	0,97932	0,95865	0,47932	**2,54**	0,00554	0,99446	0,98891	0,49446
2,05	0,02018	0,97982	0,95964	0,47982	**2,55**	0,00539	0,99461	0,98923	0,49461
2,06	0,01970	0,98030	0,96060	0,48030	**2,56**	0,00523	0,99477	0,98953	0,49477
2,07	0,01923	0,98077	0,96155	0,48077	**2,57**	0,00508	0,99492	0,98983	0,49492
2,08	0,01876	0,98124	0,96247	0,48124	**2,58**	0,00494	0,99506	0,99012	0,49506
2,09	0,01831	0,98169	0,96338	0,48169	**2,59**	0,00480	0,99520	0,99040	0,49520
2,10	0,01786	0,98214	0,96427	0,48214	**2,60**	0,00466	0,99534	0,99068	0,49534
2,11	0,01743	0,98257	0,96514	0,48257	**2,61**	0,00453	0,99547	0,99095	0,49547
2,12	0,01700	0,98300	0,96599	0,48300	**2,62**	0,00440	0,99560	0,99121	0,49560
2,13	0,01659	0,98341	0,96683	0,48341	**2,63**	0,00427	0,99573	0,99146	0,49573
2,14	0,01618	0,98382	0,96765	0,48382	**2,64**	0,00415	0,99585	0,99171	0,49585

La verdadera probabilidad de cometer error de tipo 1 es de 0,01831. Es decir, mayor que la aceptable.

Esto valida nuestra conclusión, de que para este nivel de significancia los tiempos de secado no son significativamente diferentes.

P 10 . 24 - Walpole

Cinco muestras de una sustancia ferrosa se usan para determinar si hay una diferencia entre un análisis químico de laboratorio y un análisis de fluorescencia de rayos X del contenido de hierro. Cada muestra se divide en dos submuestras y se aplican los dos tipos de análisis. A continuación, se presentan los datos codificados que muestran los análisis de contenido de hiero:

Analysis	1	2	3	4	5
X-ray	2.0	2.0	2.3	2.1	2.4
Chemical	2.2	1.9	2.5	2.3	2.4

Suponga que las poblaciones son normales, pruebe con un **nivel de significancia de 0,05** si los dos métodos de análisis dan, en promedio, el mismo resultado.

- X1 : Contenido de Fe en muestra analizada con Rx
- X2: Contenido de Fe en muestra de análisis químico
- X1 ~ N(μ_1, σ_1)
- X2 ~ N(μ_2, σ_2)
- $\overline{x1}$ = 2,16   s1 = 0,18165
- $\overline{x2}$ = 2,26   s2 = 0,23021
- n1 = n2 = 5
- α = 0,05
- $h_0 : \mu_2 - \mu_1 = 0$
- $h_1 : \mu_2 - \mu_1 \neq 0$

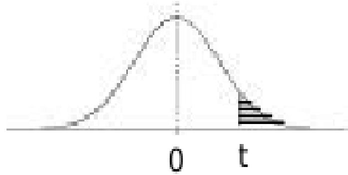


Tabla D.6: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT

	área a la derecha de *t*											
g.d.l	0,0005	0,0025	0,005	0,0075	0,01	0,015	0,02	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2
1	636,619	127,321	63,657	42,433	31,821	21,205	15,895	12,706	6,314	3,078	1,963	1,376
2	31,599	14,089	9,925	8,073	6,965	5,643	4,849	4,303	2,920	1,886	1,386	1,061
3	12,924	7,453	5,841	5,047	4,541	3,896	3,482	3,182	2,353	1,638	1,250	0,978
4	8,610	5,598	4,604	4,088	3,747	3,298	2,999	2,776	2,132	1,533	1,190	0,941
5	6,869	4,773	4,032	3,634	3,365	3,003	2,757	2,571	2,015	1,476	1,156	0,920
6	5,959	4,317	3,707	3,372	3,143	2,829	2,612	2,447	1,943	1,440	1,134	0,906
7	5,408	4,029	3,499	3,203	2,998	2,715	2,517	2,365	1,895	1,415	1,119	0,896
8	5,041	3,833	3,355	3,085	2,896	2,634	2,449	2,306	1,860	1,397	1,108	0,889
9	4,781	3,690	3,250	2,998	2,821	2,574	2,398	2,262	1,833	1,383	1,100	0,883
10	4,587	3,581	3,169	2,932	2,764	2,527	2,359	2,228	1,812	1,372	1,093	0,879
11	4,437	3,497	3,106	2,879	2,718	2,491	2,328	2,201	1,796	1,363	1,088	0,876
12	4,318	3,428	3,055	2,836	2,681	2,461	2,303	2,179	1,782	1,356	1,083	0,873
13	4,221	3,372	3,012	2,801	2,650	2,436	2,282	2,160	1,771	1,350	1,079	0,870
14	4,140	3,326	2,977	2,771	2,624	2,415	2,264	2,145	1,761	1,345	1,076	0,868
15	4,073	3,286	2,947	2,746	2,602	2,397	2,249	2,131	1,753	1,341	1,074	0,866
16	4,015	3,252	2,921	2,724	2,583	2,382	2,235	2,120	1,746	1,337	1,071	0,865
17	3,965	3,222	2,898	2,706	2,567	2,368	2,224	2,110	1,740	1,333	1,069	0,863
18	3,922	3,197	2,878	2,689	2,552	2,356	2,214	2,101	1,734	1,330	1,067	0,862
19	3,883	3,174	2,861	2,674	2,539	2,346	2,205	2,093	1,729	1,328	1,066	0,861
20	3,850	3,153	2,845	2,661	2,528	2,336	2,197	2,086	1,725	1,325	1,064	0,860
21	3,819	3,135	2,831	2,649	2,518	2,328	2,189	2,080	1,721	1,323	1,063	0,859
22	3,792	3,119	2,819	2,639	2,508	2,320	2,183	2,074	1,717	1,321	1,061	0,858
23	3,768	3,104	2,807	2,629	2,500	2,313	2,177	2,069	1,714	1,319	1,060	0,858
24	3,745	3,091	2,797	2,620	2,492	2,307	2,172	2,064	1,711	1,318	1,059	0,857
25	3,725	3,078	2,787	2,612	2,485	2,301	2,167	2,060	1,708	1,316	1,058	0,856

Si las varianzas son iguales

$$T_o = \frac{(\overline{x_2} - \overline{x_1})}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{0,1}{0,0207\sqrt{(2/5)}} = 0,7624$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{4.(0,033 + 0,053)}{8} = 0,043$$

Ya que T0 < T = 2,306 se opta por no rechazar la hipótesis nula. No hay evidencia significativa de que el contenido promedio de Fe es mayor en un método que en otro.

Si las varianzas son diferentes

$$T = \frac{(\overline{X}_2 - \overline{X}_1)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{0,10}{0,01311} = 0,7624$$

$$\nu = \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\left[(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1)\right] + \left[(s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)\right]} \approx 8$$

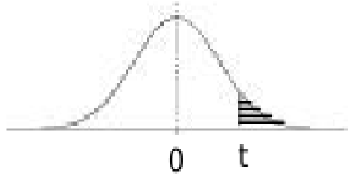


Tabla D.6: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT

	área a la derecha de *t*											
	0,0005	0,0025	0,005	0,0075	0,01	0,015	0,02	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2
g.d.l												
1	636,619	127,321	63,657	42,433	31,821	21,205	15,895	12,706	6,314	3,078	1,963	1,376
2	31,599	14,089	9,925	8,073	6,965	5,643	4,849	4,303	2,920	1,886	1,386	1,061
3	12,924	7,453	5,841	5,047	4,541	3,896	3,482	3,182	2,353	1,638	1,250	0,978
4	8,610	5,598	4,604	4,088	3,747	3,298	2,999	2,776	2,132	1,533	1,190	0,941
5	6,869	4,773	4,032	3,634	3,365	3,003	2,757	2,571	2,015	1,476	1,156	0,920
6	5,959	4,317	3,707	3,372	3,143	2,829	2,612	2,447	1,943	1,440	1,134	0,906
7	5,408	4,029	3,499	3,203	2,998	2,715	2,517	2,365	1,895	1,415	1,119	0,896
8	5,041	3,833	3,355	3,085	2,896	2,634	2,449	2,306	1,860	1,397	1,108	0,889
9	4,781	3,690	3,250	2,998	2,821	2,574	2,398	2,262	1,833	1,383	1,100	0,883
10	4,587	3,581	3,169	2,932	2,764	2,527	2,359	2,228	1,812	1,372	1,093	0,879
11	4,437	3,497	3,106	2,879	2,718	2,491	2,328	2,201	1,796	1,363	1,088	0,876
12	4,318	3,428	3,055	2,836	2,681	2,461	2,303	2,179	1,782	1,356	1,083	0,873
13	4,221	3,372	3,012	2,801	2,650	2,436	2,282	2,160	1,771	1,350	1,079	0,870
14	4,140	3,326	2,977	2,771	2,624	2,415	2,264	2,145	1,761	1,345	1,076	0,868
15	4,073	3,286	2,947	2,746	2,602	2,397	2,249	2,131	1,753	1,341	1,074	0,866
16	4,015	3,252	2,921	2,724	2,583	2,382	2,235	2,120	1,746	1,337	1,071	0,865
17	3,965	3,222	2,898	2,706	2,567	2,368	2,224	2,110	1,740	1,333	1,069	0,863
18	3,922	3,197	2,878	2,689	2,552	2,356	2,214	2,101	1,734	1,330	1,067	0,862
19	3,883	3,174	2,861	2,674	2,539	2,346	2,205	2,093	1,729	1,328	1,066	0,861
20	3,850	3,153	2,845	2,661	2,528	2,336	2,197	2,086	1,725	1,325	1,064	0,860
21	3,819	3,135	2,831	2,649	2,518	2,328	2,189	2,080	1,721	1,323	1,063	0,859
22	3,792	3,119	2,819	2,639	2,508	2,320	2,183	2,074	1,717	1,321	1,061	0,858
23	3,768	3,104	2,807	2,629	2,500	2,313	2,177	2,069	1,714	1,319	1,060	0,858
24	3,745	3,091	2,797	2,620	2,492	2,307	2,172	2,064	1,711	1,318	1,059	0,857
25	3,725	3,078	2,787	2,612	2,485	2,301	2,167	2,060	1,708	1,316	1,058	0,856

Nuevamente, concluímos no rechazar la hipótesis nula.

Pueden tomarse ambos métodos de análisis indistintamente.

Welch Two Sample t-test

Parameters

- Comparing: var1 against var
- H1: true difference in means is not equal to 0
- Equal variances: not assumed

Mon Apr 19 03:03:56 2010

Variable Name	estimated mean	degrees of freedom	t	p	confidence interval percent	confidence interval of difference
var1 var	2.26 2.16	7.589533	0.7624929	0.4687977	95	-0.2053005 0.4053005

Ejecutar de nuevo

Two Sample t-test

Parameters

- Comparing: var1 against var
- H1: true difference in means is not equal to 0
- Equal variances: assumed

Mon Apr 19 03:14:24 2010

Variable Name	estimated mean	degrees of freedom	t	p	confidence interval percent	confidence interval of difference
var1 var	2.26 2.16	8	0.7624929	0.4676498	95	-0.2024296 0.4024296

Ejecutar de nuevo

Bibliografía

- Walpole, Myers y Myers (1999). *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. Sexta edición. Ed. Prentice Hall. México.
- Apuntes de la cátedra Estadística Técnica (2009). Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo.